

## فصل چهارم : مشتق

جملات درست را با (ص) و جملات نادرست را با (غ) مشخص کنید.

- ۱- مشتق توابع ثابت  $y = k$  در هر نقطه دلتوازه برابر با صفر است. (.....)
- ۲- اگر تابع در هیچ همسایگی از نقطه  $x = a$  تعریف نشده باشد،  $f$  در  $x = a$  مشتق ناپذیر است. (.....)
- ۳- اگر تابع در  $(a, f(a))$  دارای مماس افقی باشد،  $f$  در  $x = a$  مشتق ناپذیر است. (.....)
- ۴- اگر تابع  $f$  در  $x = a$  مشتق پذیر باشد، آن گاه در  $x = a$  پیوسته است. (.....)
- ۵- اگر  $f$  در  $x = a$  دارای مماس قائم باشد، در آن نقطه مشتق دارد. (.....)

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

- ۱- شیب خط مماس بر منحنی تابع  $y = x^2 - 1$  در نقطه ای به طول ۱ برابر ..... است.
- ۲- شیب خط مماس بر منحنی  $y = \sqrt{x}$  در نقطه ای به طول ۴ برابر ..... است.
- ۳- تابع  $y = \frac{1}{x}$  در  $x = 0$  پیوسته ..... و مشتق پذیر .....
- ۴- اگر تابع در  $x = a$  پیوسته باشد، آن گاه تابع در  $x = a$  لزوماً مشتق پذیر .....
- ۵- تابع  $f$  روی بازه  $(a, b)$  مشتق پذیر است، هرگاه  $f$  در بازه  $(a, b)$  مشتق پذیر باشد و در نقطه  $b$  ..... داشته باشد.
- ۶- تابع  $f$  روی بازه  $[a, b]$  مشتق پذیر است، هرگاه  $f$  در بازه  $(a, b)$  مشتق پذیر باشد و در نقطه  $a$  ..... و در نقطه  $b$  ..... داشته باشد.
- ۷- آهنگ تغییر لفظه ای محیط دایره به شعاع  $r$  برابر ..... می باشد.
- ۸- آهنگ لفظه ای تغییر تابع  $f(x) = \nu \sin \nu x$ ، نسبت به  $x$  در  $x = \frac{\pi}{6}$  برابر ..... می باشد.

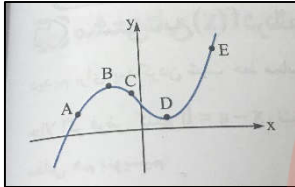
به سوالات زیر پاسخ کامل دهید.

- ۱- معادله خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = -x^2 + 10x$  را در نقطه  $A(\nu, f(\nu))$  واقع بر نمودار تابع را بنویسید.
- ۲- معادله خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = x^{10} + \nu$  را در نقطه  $x = 1$  بنویسید.
- ۳- اگر  $f(x) = \sqrt{x}$ ، معادله خط مماس بر منحنی  $f$  در نقطه  $x = 9$  را بنویسید.
- ۴- معادله خط مماس بر منحنی  $y = \frac{\nu x}{x-1}$  را در نقطه  $(\nu, \nu)$  بنویسید.

## فصل چهارم : مشتق

۵- اگر  $f(x) = x^p + ۱۳$  باشد،  $f'(1)$  را به کمک تعریف مشتق بدست آورید.

۶- در نمودار مقابل اگر شیب نمودار در نقاط  $E$  و  $D$  و  $C$  و  $B$  و  $A$  را به ترتیب با  $m_1$  و  $m_2$  تا  $m_5$  نشان دهید و  $m_1$  تا  $m_5$  را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.



۷- نقاط  $F$  و  $E$  و  $D$  و  $C$  و  $B$  و  $A$  را روی منحنی در نظر بگیرید و در مورد شیب منحنی در این نقاط کدام گزاره درست و کدامیک نادرست است؟

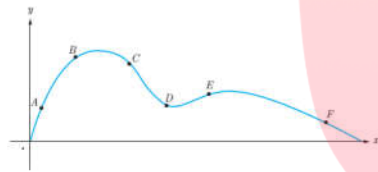
الف) شیب منحنی در همه این نقاط مثبت است.

ب)  $m_A < m_B$

پ)  $m_E < m_B < m_A$

ت) شیب منحنی در نقاط  $D, C, F$  منفی است.

ث)  $m_F < m_D < m_C$

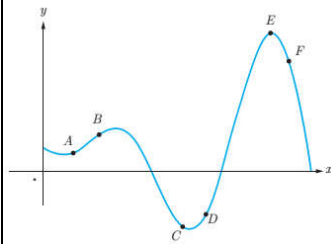


۸- با توجه به شکل زیر، نقطه موردنظر را در هر حالت بنویسید.

الف) کدام نقطه، مشتق در آن صفر است؟

ب) کدام نقطه، مقدار تابع در آن منفی و مشتق آن مثبت است؟

پ) کدام نقطه، مقدار تابع در آن مثبت و مشتق آن منفی است؟



۹- مشتق تابع  $f(x)$  را در نقطه  $x = 0$  پیدا کنید و بگوئید چرا تابع در  $x = 0$  مشتق پذیر نیست. و معادله های نیم مماس راست و

$$f(x) = \begin{cases} x^p + ۱۳ & , x \geq 0 \\ \mu x & , x < 0 \end{cases}$$

## فصل چهارم : مشتق

۱۰- مشتق پذیری تابع  $f(x) = |x^p - 1|$  را در  $x = 1$  بررسی کنید و سپس نوع نقطه  $x = 1$  را بگویید.

۱۱- مشتق پذیری تابع  $f(x) = x|x - 3|$  را در  $x = 3$  بررسی کنید و سپس نوع نقطه  $x = 3$  را بگویید.

۱۲- نشان دهید تابع  $f(x)$  در نقطه  $x = 0$  مشتق پذیر نیست و سپس معادله نیم مماس چپ و راست تابع را در  $x = 0$  بنویسید.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & x \geq 0 \\ x^p + 1, & x < 0 \end{cases}$$

۱۳- مشتق پذیری تابع  $f(x) = \sqrt[p]{x - 2}$  را در  $x = 2$  بررسی کنید و معادله خط مماس بر منحنی را در این نقطه بنویسید.

۱۴- با توجه به ضابطه  $f(x)$ ، دامنه  $f'$  و  $f$  را مناسبه کنید و ضابطه  $f'$  را بدست آورید و نمودار  $f'$  و  $f$  را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^p, & x = 2 \\ x^p + 1, & x \neq 2 \end{cases}$$

۱۵- اگر  $f, g$  توابع مشتق پذیر باشند و  $f(2) = 3, f'(2) = 5, g(2) = 8, g'(2) = -6$  باشند، مقادیر زیر را بدست آورید.

الف)  $(f \cdot g)'(2) =$

ب)  $\left(\frac{f}{g}\right)'(2) =$

۱۶- اگر  $f'(3) = 3, g'(3) = 5$  باشند، مطلوبست:

الف)  $(f + g)'(3) =$

ب)  $(3f + 3g)'(3) =$

مای درس

www.my-dars.ir

فصل چهارم : مشتق

۱۷- مشتق تابع های زیر را بدست آورید.

الف)  $f(x) = -\frac{\nu}{\mu} x^{\kappa}$

ب)  $g(x) = x^{\zeta} + \delta x^{\kappa} - \sqrt{\nu} x^{\nu} + \mu x + \delta$

پ)  $h(x) = (\nu x^{\mu} + \nu)(-\mu x^{\nu} + \nu x + 1)$

ت)  $t(x) = \frac{x^{\nu} - \kappa}{\mu x + \kappa}$

ث)  $r(x) = \left(\frac{-\kappa x}{x^{\mu} + \nu x}\right)^{\lambda}$

ج)  $m(x) = (x^{\nu} - x + \nu)^{\nu} (x^{\mu} - 1)^{\mu}$

چ)  $n(x) = (\sqrt{x} + \gamma)(x^{\kappa} + \kappa x)^{\kappa}$

۱۸- مشتق توابع مثلثاتی زیر را بدست آورید.

الف)  $f(x) = \sin x \tan x$

ب)  $g(x) = \frac{\delta \cos x}{1 - \sin x}$

پ)  $h(x) = (\mu x^{\mu} + \delta)(\kappa x^{\nu} + \sin \mu x)$

ت)  $t(x) = \sqrt{\sin \delta x}$

ث)  $r(x) = \mu \sin^{\mu} x - \kappa \cos^{\nu} x$

ج)  $m(x) = \tan^{\nu} x - \cos \nu x$

چ)  $n(x) = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$

۱۹- مشتق دوم توابع زیر را بنویسید.

الف)  $f(x) = \mu x^{\nu} + \zeta x^{\nu} + \kappa x + 9$

ب)  $g(x) = (\mu x + \kappa)^{\delta}$

## فصل چهارم : مشتق

۲۰- مشتق دوم تابع  $(x^{\nu} + ۱)(x^{\nu} + ۳)$  را در  $x = ۱$  مناسبه کنید.

۲۱- اگر  $f(x) = (x^{\nu} + ۸x + ۳)^{\delta}$  باشد،  $f'(۰)$  را پیدا کنید.

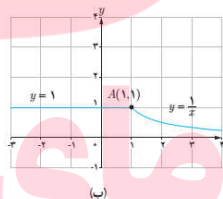
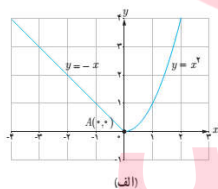
۲۲- اگر  $g(x) = f(x^{\nu} - x)$  و  $g'(۳) = ۱۵$  باشد، حاصل  $f'(۶)$  را بیابید.

۲۳- اگر  $f'(x) = ۲x$  باشد، مشتق  $y = f(\sin x)$  را بیابید.

۲۴- اگر  $f(x) = x^{\nu} + \sqrt{x} - ۲$  و  $g(x) = \sqrt{x} + ۳$  باشد، مقدار مشتق تابع  $f \circ g$  را در  $x = ۱$  بیابید.

۲۵- اگر  $f(x) = \frac{۲x+۱}{x-۲}$  و  $g(x) = x^{\nu} - ۲x$  باشد، مقدار مشتق تابع  $f \circ g$  را در  $x = -۱$  بیابید.

۲۶- با مناسبه مشتق راست و چپ توابع داده شده در نقطه A، نشان دهید که این توابع در نقطه A مشتق پذیر نیستند.



۲۷- با توجه به ضابطه داده شده:

الف) نمودار f را رسم کنید.  
ب) مشتق پذیری f را روی بازه های  $(۲, ۵)$ ,  $[-۱, ۱]$ ,  $[۰, -۲]$  بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} ۲x + ۴, & x < -۱ \\ x^{\nu} - ۱, & -۱ \leq x < ۲ \\ x + ۵, & ۲ < x < ۵ \end{cases}$$

www.my-dars.ir

## فصل چهارم : مشتق

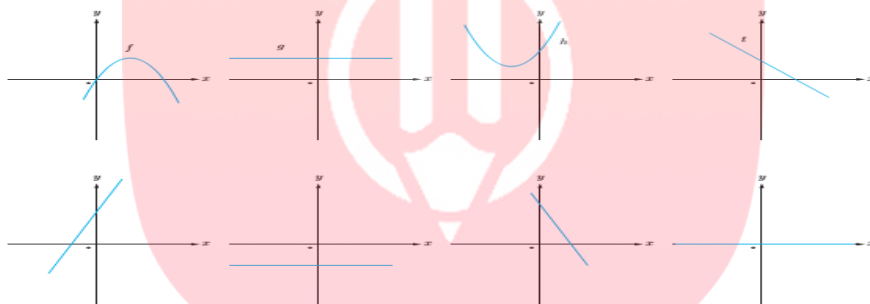
۱۲۸- با توجه به ضابطه داده شده :

الف) نمودار  $f$  را رسم کنید.

ب) مشتق پذیری  $f$  را روی بازه های  $[-۱۳, -۱]$ ,  $[-۱, ۰]$ ,  $[۰, ۲]$  بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x + ۲, & x < -۱ \\ x^۲ + ۱, & x \geq -۱ \end{cases}$$

۱۲۹- با توجه به نمودار تابع های  $f, g, h, t$  مشخص کنید کدامیک از نمودارهای داده شده می توانند نمودار مشتق این توابع باشند؟



۱۳۰- مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که تابع  $f(x)$  در  $x = ۰$  مشتق پذیر باشد.

$$f(x) = \begin{cases} (x + ۲)^۲, & x \leq ۰ \\ ax + b, & x \geq ۰ \end{cases}$$

www.my-dars.ir

۱۳۱- آهنگ تغییرات مساحت یک دایره نسبت به شعاع آن، وقتی شعاع آن  $R = ۴$  باشد را بیابید.

۱۳۲- معادله حرکتی متحرکی به صورت  $f(t) = t^۲ - t + ۱۰$  بر حسب متر در بازه زمانی  $[۰, ۵]$  داده شده است، در کدام لحظه

سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در این بازه زمانی باهم برابرند.

## فصل چهارم : مشتق

۱۳۳- اگر  $f(x) = 5\sqrt{x} + 2x$  بیانگر قد کودک در  $x$  ماهگی ( بر حسب سانتی متر) باشد، آنگاه :  
الف) آهنگ متوسط رشد یک کودک از تولد تا یک سالگی را بیابید.

ب) آهنگ تغییر لفظه ای رشد کودک در سه سالگی چقدر است؟

۱۳۴- خودرویی در امتداد یک خط راست طبق معادله  $d(t) = 14t - 12t^2$  حرکت می کند.

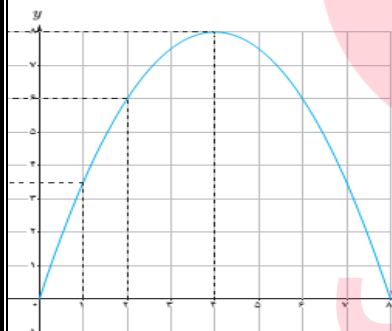
الف) سرعت لفظه ای متحرک را در  $t = 0, t = 1, t = 3, t = 5$  پیدا کنید.

ب) بگویید در هر کدام از لفظه ها متحرک در جهت مثبت یا در جهت منفی محور حرکت می کند یا متحرک ساکن است؟

۱۳۵- نمودار روبرو موقعیت یک ذره را در لفظه  $t$  نشان می دهد، سرعت متوسط را در بازه های زمانی زیر پیدا کنید.

الف)  $t = 1, t = 4$

ب)  $t = 2, t = 8$



# مای درس

## گروه آموزشی عصر

۱۳۶- کنهایش ظرفی ۲۰۰۰ لیتر است و در لفظه  $t = 0$  سوراخی در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم باقی مانده در ظرف پس از  $t$  ثانیه از رابطه

$$V = 2000 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$$

بدست آید:

الف) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی  $[0, 100]$  چقدر است؟

ب) در چه زمانی آهنگ تغییر لفظه ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[0, 100]$  می شود؟